

1 Vorbemerkungen

In der Lernumgebung „Vierecksbeziehungen“ wird die Applikation *CONwiB Lines* dazu genutzt, Beziehungen zwischen einzelnen Vierecksklassen aufzudecken. Erkenntnisschlüssel ist dabei das Zusammenspiel von Konstruktionsbeschreibung und Konstruktionsbild. *CONwiB Lines* erweitert hierbei (auf der virtuellen Ebene) die Arbeit mit dem Geodreieck durch die dynamische Änderung des Konstruktionsergebnisses.

2 Einordnung der Lernumgebung

Die Lernumgebung „Vierecksbeziehungen“ ist dem Themenbereich Geometrie zugeordnet. Sie kommt ab der Klassenstufe 3/4 zum Einsatz bzw. wenn folgendes Wissen und Können mindestens reaktivierbar ist:

- * *Die Schülerinnen und Schüler kennen grundlegende Eigenschaften (Anzahl der Paare paralleler Seiten, ... der Paare gleichlanger Seiten, ... der rechten Winkel, etc.) zu verschiedenen Vierecksklassen (insb. Rechteck, Parallelogramm und Trapez).*
- * *Sie kennen die Relationen „parallel zu“ und „senkrecht zu“.*
- * *Sie haben grundlegende Kenntnisse zu Konstruktionsvorgängen, etwa das Zeichnen einer Gerade und das Markieren von Punkten.*
- * *Sie können zueinander parallele und senkrechte Geraden mit dem Geodreieck konstruieren.*

Im Rahmen der Lernumgebung wird über ein bis zwei Doppelstunden am folgenden Lernziel (Grobziel) gearbeitet:

- * *Die Schülerinnen und Schüler kennen Beziehungen zwischen verschiedenen Vierecksklassen und können diese begründen.*

Exemplarisch erschließen die Schülerinnen und Schüler die Beziehung zwischen Trapez und Parallelogramm. Sie erarbeiten dazu eine Strategie, die sie anschließend nutzen, um Beziehungen zwischen weiteren Vierecksklassen aufzudecken.

Um die Aufgaben der Lernumgebung bearbeiten zu können, wird ein digitales Arbeitsgerät (z.B. Notebook, Tablet PC, Desktop PC) mit Internetzugang benötigt (zum Starten der Applikation *CONwiB Lines*).

3 Phasen der Lernumgebung

(1) **Reaktivierung.**

Das Vorwissen zu den Vierecksklassen wird reaktiviert. Es wird das Produkt „Steckbrief“ einzelner Vierecke hergestellt. Diese begleiten die Schülerinnen und Schüler durch die gesamte Lernumgebung.

Das Vorwissen zu Konstruktionsvorgängen wird reaktiviert, indem mit dem Geodreieck einfache Übungen durchgeführt werden.

Unterstützende Maßnahmen:

- *Steckbriefvorlage, optional vorausgefüllt*
- *Überblick über das Zeichnen zueinander senkrechter bzw. paralleler Geraden mit Hilfe des Geodreiecks*

(2) **Einführung in die Arbeit mit CONwiB Lines.**

Die Schülerinnen und Schüler erkunden mit dem digitalen Arbeitsgerät die Applikation CONwiB Lines.

Unterstützende Maßnahmen:

- *Video-Tutorial „Erste Schritte im Umgang mit CONwiB Lines“, optional Nachstellen der hier erklärten Arbeitsschritte am eigenen Gerät*

(3) **Bearbeitung der Aufgabe der Lernumgebung.**

Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten die im folgenden Abschnitt 4 formulierte Aufgabe möglichst alleine oder in Partnerarbeit. Diese Arbeitsphase wird nach Bearbeitung des Aufgabenteils (b) durch eine gemeinsame Reflexion zur Sensibilisierung für die Beziehung zwischen Konstruktionsbeschreibung und Konstruktionsbild unterbrochen. Diese Phase wird mit einer gemeinsamen Ergebnissicherung des Aufgabenteils (d) abgeschlossen.

Unterstützende Maßnahmen:

- *siehe Abschnitt 4.4, Unterstützung bei der Bearbeitung der Aufgabe.*

(4) **Vertiefung.**

Es werden Poster zum Thema „Vierecksbeziehungen“ in Gruppenarbeit hergestellt. Forschungsfragen (Bezug auf die Beziehung verschiedener Vierecksklassen) werden formuliert (gemeinsam oder in den Gruppen) und von den Gruppen bearbeitet. Elemente des Posters können sein: Steckbriefe der betrachteten Vierecke, in CONwiB Lines erstellte Konstruktionsbeschreibungen und Konstruktionsbilder. Diese Phase der Vertiefung kann mit einem „Museumsspaziergang“ beendet werden, in welchem alle Schülerinnen und Schüler die fertigen Poster begutachten.

Unterstützende Maßnahmen:

- *Unterstützung der einzelnen Gruppen durch die Lehrkraft*

Webpräsenz.

www.conwiblines.de

Kontakt.

Andreas Kirsche

Kirchgasse 1

99310 Arnstadt

Dieses Dokument.

Im Juli 2020 unter Lizenz  veröffentlicht.

4 Die Aufgabe der Lernumgebung

4.1 Aufgabenstellung

In der 4. Klasse einer kleinen Schule nahe einer großen Stadt werden in diesen Tagen im Geometrieunterricht Vierecke betrachtet. Paul zählt auf: „Es gibt Rechtecke, Vierecke, Quadrate, Parallelogramme, Trapeze, die Raute und das Drachenviereck.“ Die Lehrerin hängt verschiedene Vierecke an die Tafel und Paul benennt sie. Phenomena meldet sich. Ihrer Meinung nach hat Paul das Trapez falsch benannt. Er zeigte dabei auf ein Parallelogramm.



Wer von beiden hat Recht?

Bearbeite folgende Aufgaben, um Argumente zur Beantwortung der Frage zu finden.

- Konstruiere mit Hilfe des Programms *CONwiB Lines* ein Trapez.
- Ändere im Ausgabefenster des Programms die Form des konstruierten Vierecks. Was ändert sich, was bleibt gleich?
- Kannst du die Form des Vierecks auch so ändern, dass ein Parallelogramm oder sogar ein Rechteck entsteht? Mache ein Foto zum Beweis.
- Die Aussage von Phenomena ist nicht ganz richtig. Korrigiere ihre Aussage und begründe deren Richtigkeit.

Webpräsenz.

www.conwiblines.de

Kontakt.

Andreas Kirsche

Kirchgasse 1

99310 Arnstadt

Dieses Dokument.

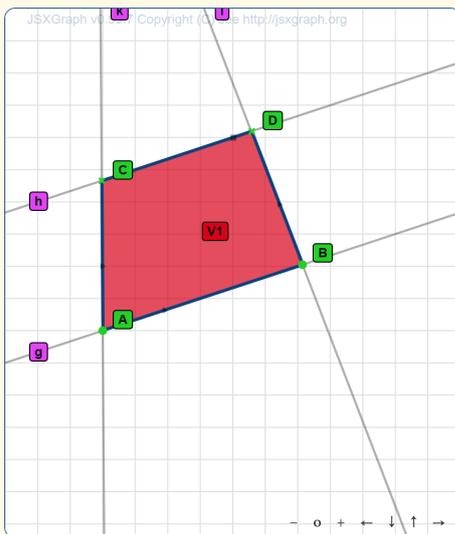
Im Juli 2020 unter Lizenz  veröffentlicht.

4.2 Musterlösung

Teilaufgabe (a)

Ein Trapez ist ein Viereck mit einem Paar paralleler Seiten. Mit dem Geodreieck zeichnet man zunächst zwei zueinander parallele Geraden. Auf diesen werden die parallelen Seiten des Trapezes liegen. Es werden zwei weitere Geraden gezeichnet, die die zueinander parallelen Geraden schneiden. Dabei entstehen insgesamt vier Schnittpunkte, die auf den zueinander parallelen Geraden liegen. Diese bilden die Ecken des Trapezes.

Abbildung 1b zeigt die Konstruktionsbeschreibung einer möglichen Umsetzung der betrachteten Konstruktion im Programm CONwiB Lines. Hier werden Linien als Realisierungen von Geraden verwendet. Die konkrete Anweisung „Zeichne eine Linie k mit: sie schneidet g “ sorgt dafür, dass zumindest Linie g von k geschnitten wird. Der Schnittpunkt kann im Ausgabefenster bewegt werden. Um das konstruierte Viereck (welches durch die entstandenen Schnittpunkte A , B , C und D gegeben ist) besser hervorzuheben, wird es markiert. Abbildung 1a zeigt ein erstes Bild der so durchgeführten Konstruktion.



(a) Erstes Konstruktionsbild



(b) Konstruktionsbeschreibung zum Trapez

Abbildung 1: Ein Trapez in CONwiB Lines

Anm.: In Abschnitt 4.4.3 werden im Rahmen vertiefender Aufgaben weitere Konstruktionsbeschreibungen zum Konstruieren eines Trapezes angeboten.

Teilaufgabe (b)

Es wird die Lage und Richtung der konstruierten Linien im Ausgabefenster von CONwiB Lines geändert, wobei den Bezeichnungen aus Abbildung 1b folgend darauf geachtet wird, dass die Eigenschaft „ $V1$ ist ein Viereck“ erhalten bleibt. Abbildung 2 zeigt mögliche Varianten.

Webpräsenz.

www.conwiblines.de

Kontakt.

Andreas Kirsche

Kirchgasse 1

99310 Arnstadt

Dieses Dokument.

Im Juli 2020 unter Lizenz  veröffentlicht.

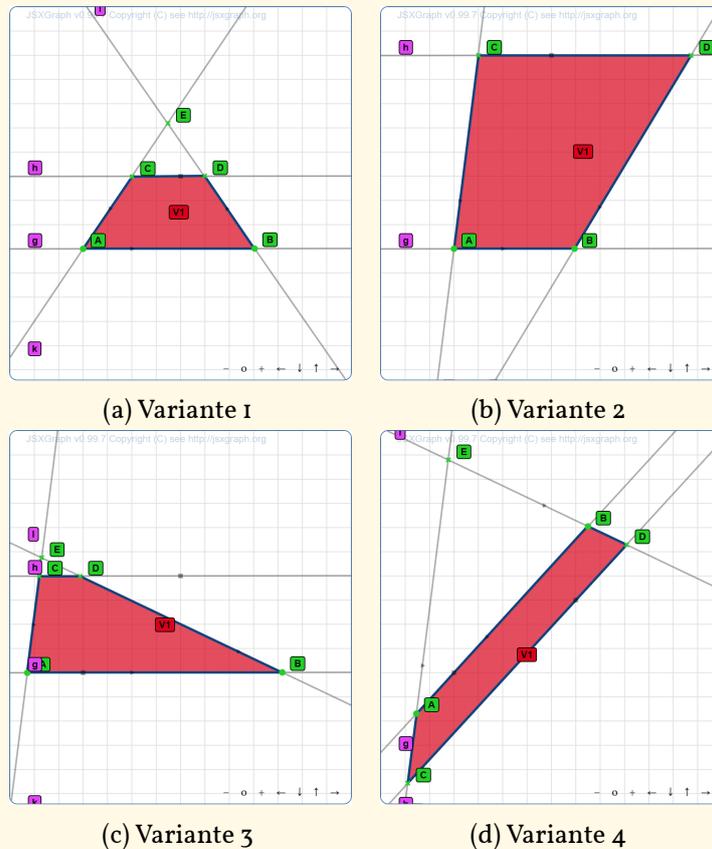


Abbildung 2: Variation von Trapezen

Die einzelnen in Abbildung 2 dargestellten Vierecke unterscheiden sich zum Beispiel in: *Flächeninhalt, Symmetrie, Länge der einzelnen Seiten* und *Lage auf dem Kästchen-Raster*. Sie haben jedoch gemein, dass sie alle durch die gleiche Konstruktionsbeschreibung (Abbildung 1b) entstanden sind.

Mit Blick auf die Konstruktionsbeschreibung wird deutlich, dass die Linien g und h parallel zueinander sind. Entsprechend sind die auf ihr liegenden Seiten \overline{AB} und \overline{CD} des Vierecks $\square ABDC$ parallel. Mit Blick auf die Definition eines Trapezes wird deutlich, dass die durch diese Konstruktionsbeschreibung erzeugten Vierecke Trapeze sind. Somit sind insbesondere auch die in Abbildung 2 dargestellten Vierecke Trapeze.

Teilaufgabe (c)

Abbildung 3 zeigt besondere mit der Konstruktionsbeschreibung aus Abbildung 1b erzeugte Trapeze. Das in Abbildung 3a dargestellte Trapez ist ein Parallelogramm, da es ein weiteres Paar paralleler Seiten besitzt. Das in Abbildung 3b dargestellte Trapez ist ein Rechteck, da es ein weiteres Paar paralleler Seiten und einen rechten Innenwinkel besitzt. Zuletzt genannte Eigenschaft führt dazu, dass alle Innenwinkel rechts sind.

Webpräsenz.

www.conwiblines.de

Kontakt.

Andreas Kirsche

Kirchgasse 1

99310 Arnstadt

Dieses Dokument.

Im Juli 2020 unter Lizenz  veröffentlicht.

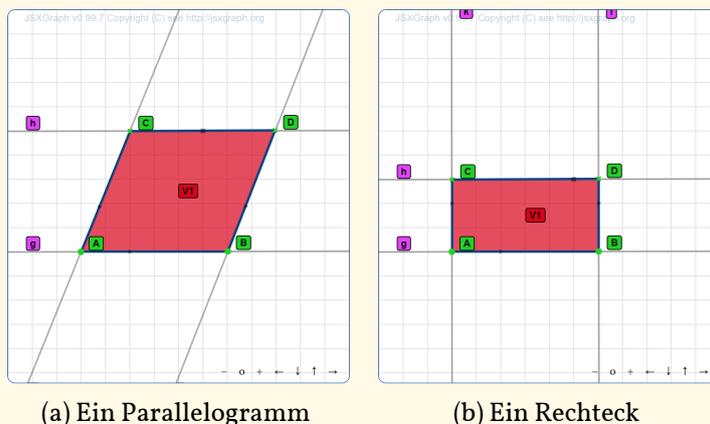


Abbildung 3: Besondere Trapeze

Teilaufgabe (d)

Phenomenas korrigierte Aussage ist:

„Das ist ein besonderes Trapez. Es ist ein Parallelogramm.“

Mit Blick auf Aufgabe (b) und (c) sind Parallelogramme besondere Trapeze, da sie die ein Trapez definierende Eigenschaft (Viereck mit einem Paar paralleler Seiten) besitzen.

4.3 Fachdidaktischer Hintergrund zur Aufgabe

Ausgangspunkt der Aufgabe ist eine typische Unterrichtssituation. Aufgrund externer Bezüge, die von den Schülerinnen und Schülern genutzt werden, um Vierecke zu klassifizieren (vgl. Weigand u. a. 2014, S. 124), werden Unterschiede zwischen den einzelnen Vierecksklassen stärker betont als Gemeinsamkeiten. Dies führt zur Fehlvorstellung zueinander disjunkter Vierecksklassen und damit zu der von Phenomena gemachten Aussage „Das ist kein Trapez. Das ist ein Parallelogramm“. Mit Hilfe von Handlungen, basierend auf dem operativen Prinzip, können insbesondere Gemeinsamkeiten verschiedener Vierecksklassen hervorgehoben werden (Weigand u. a. 2014, S. 104). Die hier betrachtete Aufgabe folgt dieser Idee und dient damit zur Überwindung der zuvor benannten Fehlvorstellung.

In Teilaufgabe (a) soll ein Trapez konstruiert werden. Die Schülerinnen und Schüler müssen dazu zunächst ihr Wissen über die Eigenschaften des Trapezes reaktivieren. Durch die Bearbeitung der Teilaufgabe wird das Verständnis für innere Bezüge (z.B. Seiten- und Winkeleigenschaften) vertieft.

Teilaufgabe (b) bietet die Möglichkeit, prototypische Vorstellungen vom Trapez zu überwinden, indem die Schülerinnen und Schüler dazu angehalten werden, die Konstruktion dynamisch zu verändern.

Webpräsenz.

www.conwiblines.de

Kontakt.

Andreas Kirsche

Kirchgasse 1

99310 Arnstadt

Dieses Dokument.

Im Juli 2020 unter Lizenz



veröffentlicht.

Die für das operative Prinzip typische Frage „Was ändert sich, was bleibt gleich?“ führt dazu, dass innere Bezüge (*Ein Trapez ist ein Viereck mit einem Paar paralleler Seiten*) hervorgehoben werden. Egal wie die einzelnen Vierecke aussehen, allen ist gemein, dass sie ein Paar paralleler Seiten haben. Es sind somit alles Trapeze.

Teilaufgabe (c) liefert die Grundlage für die geforderte Argumentation über Phenomenas Aussage. Die Schülerinnen und Schüler „konstruieren“ Parallelogramme und Rechtecke. Sie nutzen zur Herstellung dieser Vierecke visuelle Eigenschaften (externe Bezüge). Mit Blick auf Teilaufgabe (b) wird ihnen bewusst, dass die so hergestellten Vierecke besondere Trapeze sein müssen.

In Teilaufgabe (d) wird schließlich die Aussage von Phenomena dahingehend korrigiert, dass das Parallelogramm als besonderes Trapez herausgestellt wird, denn *„beide basieren auf der gleichen Konstruktionsbeschreibung, in welcher ein Viereck mit einem Paar paralleler Seiten konstruiert wird“*.

4.4 Unterstützung bei der Bearbeitung der Aufgabe

4.4.1 Allgemein

Damit die Arbeit mit dem **digitalen Arbeitsgerät** gelingt, sind grundlegende Kenntnisse im Umgang mit dem Gerät notwendig. Unterstützen kann hier eine Übersicht, in der z.B. gezeigt wird, wie das Gerät gestartet wird, wie ein Browser geöffnet wird, etc. Alternativ können die Arbeitsgeräte entsprechend so vorbereitet werden, dass das bereits gestartete Programm CONwiB Lines direkt erscheint. Zuletzt genannte Variante gelingt mit einem iPad-Klassensatz besonders einfach, wenn mit Hilfe der Classroom-App jedes Gerät auf die entsprechende Internetseite navigiert wird.

Damit die Arbeit mit dem **Programm** CONwiB Lines gelingt, sind grundlegende Kenntnisse im Umgang mit diesem Programm notwendig. Als weitere Unterstützungsmaßnahme neben dem Erklärfilm „*Erste Schritte mit CONwiB Lines*“ kann eine Übersicht vorbereitet werden, welche nur die für die Aufgabe notwendigen Programmelemente enthält.

Inwieweit **motorische Einschränkungen** mit Hilfe eines Touchscreens kompensiert werden können ist in Bezug auf das Programm CONwiB Lines noch nicht untersucht.

4.4.2 Teilaufgabe (a)

Die Schülerinnen und Schüler benötigen Vorwissen zur Konstruktion eines Trapezes. Bereits erarbeitete Steckbriefe können sie dabei unterstützen.

Um die Konstruktion am digitalen Arbeitsgerät umsetzen zu können, benötigen die Schülerinnen und Schüler Vorwissen über die Konstruktion eines Trapezes mit Hilfe eines Geodreiecks.

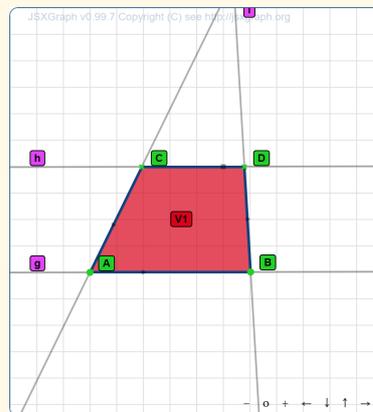
Eine Tipp-Karte, auf der die Trapez-Konstruktion mit Hilfe des Geodreiecks beschrieben wird, kann hierbei unterstützend wirken, wenn das Konstruktionsbild reflektiert wird: „*Warum ist das auf diese Weise entstandene Viereck ein Trapez? Schau dazu auch auf den Steckbrief zum Trapez.*“

Ein Überblick über *technische* Strategien unterstützt das Konstruieren mit dem Programm CONwiB Lines. Technische Strategien sind zum Beispiel:

- * *Klicke nach jeder Konstruktionsanweisung auf den Start-Schalter, damit die Konstruktionsbeschreibung ausgeführt wird.*
- * *Ändere die Lage der Linien und gegebenenfalls die Lage von Schnittpunkten so, dass die Konstruktion für dich annehmbar erscheint.*
- * *Um die Lage der Linien möglichst genau auf dem Raster auszurichten, nutze den Tipp aus dem Erklärungsfilm „Erste Schritte mit CONwiB Lines“.*

Eine konkrete Unterstützung zur Konstruktion eines Trapezes mit dem Programm CONwiB Lines kann mit Hilfe folgender Tipp-Karten (TK) erfolgen:

- (TK1) Parallele Seiten liegen auf parallel zueinander liegenden Geraden. Zeichne zunächst ein Paar solcher Geraden.
- (TK2) Eine mögliche Konstruktion führt zu diesem Konstruktionsbild.



Versuche, mit Hilfe deiner Konstruktionsbeschreibung dieses Bild herzustellen.

- (TK3) Übernehme diese Konstruktionsbeschreibung.



Versuche damit das Bild der Tipp-Karte (TK2) herzustellen.

Webpräsenz.

www.conwiblines.de

Kontakt.

Andreas Kirsche

Kirchgasse 1

99310 Arnstadt

Dieses Dokument.

Im Juli 2020 unter Lizenz  veröffentlicht.

4.4.3 Teilaufgabe (b)

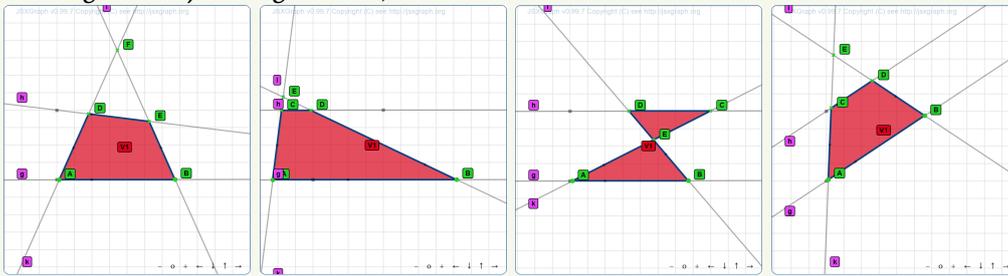
Wird nach Änderung der Form des Vierecks der Start-Schalter gedrückt, bleibt das Konstruktionsbild erhalten. Dies kann die Erkenntnis unterstützen, dass auch das neue Konstruktionsbild der Konstruktionsbeschreibung genügt.

Der Zusammenhang zwischen Konstruktionsbeschreibung und Konstruktionsbild kann weiter vertieft werden, indem zusätzliche Aufgaben bearbeitet werden. Im Folgenden werden exemplarisch zwei Vertiefungsaufgaben formuliert.

Aufgabe

Konstruktionsbilder begründen

Überlege zum jeweiligen Bild,



ob es zur rechts stehenden Konstruktionsbeschreibung gehört oder nicht. Kannst du dies auch begründen? Kontrolliere, indem du die Konstruktionsbilder nachstellst.

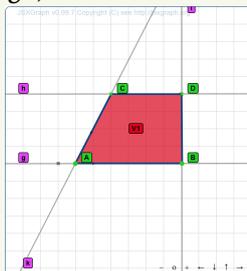
```

Wenn auf Start geklickt
  Zeichne eine Linie g
  Zeichne eine Linie h mit sie ist parallel zu g
  Zeichne eine Linie k mit sie schneidet g
  Zeichne eine Linie l mit sie schneidet g
  Markiere das Viereck V1 mit A B D C
  
```

Aufgabe

Konstruktionsbeschreibungen begründen

Überlege, ob das Bild



```

Wenn auf Start geklickt
  Zeichne eine Linie g
  Zeichne eine Linie h mit sie ist parallel zu g
  Zeichne eine Linie k mit sie schneidet g
  Zeichne eine Linie l mit sie schneidet g
  Markiere das Viereck V1 mit A B E D

Wenn auf Start geklickt
  Zeichne eine Linie g
  Zeichne eine Linie h mit sie ist parallel zu g
  Zeichne eine Linie k mit sie schneidet g
  Zeichne eine Linie l mit sie ist senkrecht zu g
  Markiere das Viereck V1 mit A B D C

Wenn auf Start geklickt
  Zeichne eine Linie g
  Zeichne eine Linie h mit sie ist parallel zu g
  Zeichne eine Linie k mit sie ist senkrecht zu g
  Zeichne eine Linie l mit sie ist senkrecht zu g
  Markiere das Viereck V1 mit A B D C
  
```

zur jeweiligen Konstruktionsbeschreibung gehört oder nicht. Kannst du dies auch begründen? Kontrolliere, indem du zu jeder Konstruktionsbeschreibung das Bild nachstellst. (Hinweis: Die Bezeichnung der Ecken darf sich ändern.)

4.4.4 Teilaufgabe (c)

Die Steckbriefe von Parallelogramm und Rechteck werden zur Unterstützung zur Verfügung gestellt. Zur Hervorhebung der Eigenschaften können auch diese Vierecke zunächst mit dem Geodreieck auf einem Kästchen-Raster gezeichnet werden.

Die Herstellung zueinander paralleler Linien gelingt in CONwiB Lines gut, wenn das im Ausgabefenster sichtbare Kästchen-Raster verwendet wird. Entsprechend kann eine weitere technische Strategie in den Überblick aufgenommen werden:

- * Beim Positionieren zueinander senkrechter Linien hilft dir das Kästchen-Raster. Du findest rechte Winkel in jedem Kästchen des Rasters.
- * Beim Positionieren zueinander paralleler Linien kannst du ausnutzen, dass die gegenüberliegenden Seiten jedes Kästchens im Raster parallel zueinander sind.

4.4.5 Teilaufgabe (d)

Das Formulieren eines Antworttextes zur Aufgabe kann auf verschiedene Weise unterstützt werden. Hier wird exemplarisch die Methode *Lückentext* verwendet, siehe dazu folgende Aufgabe.

Aufgabe

Fülle den Lückentext

Phenomenas Aussage lautet korrekt: „Das ist ein _____ Trapez. Es ist ein Parallelogramm“. Ein Parallelogramm ist ein _____, weil es Eigenschaften des Trapezes besitzt. Es hat wie das Trapez _____. Ein Trapez, welches ein _____ Paar paralleler Seiten besitzt ist somit ein _____.

besonderes ein Paar paralleler Seiten Parallelogramm Trapez weiteres